

# 神経方程式の進行波解の構造に関する研究

Study on structure of traveling wave solutions of the nerve equation

服部 純典  
Suminori HATTORI

神経細胞の信号伝達の電気生理学的現象を記述した方程式をホジキンとハックスレーが、1952年に提出した。その後、多少の改良を加えられたこのH-H方程式は、2階半線形放物型偏微分方程式系である。その構成は4つの方程式を連立した形をしており、独立変数として、時間と空間1次の2つの変数をもつ4つの未知関数の方程式である。4つは各々膜電位と、3つのイオンの透過性をあらわしており、1つの放物型方程式と3つの常微分方程式の形式になっている。簡単な形であるが、低階の非線形項により、数学的解析が困難であった。よって、計算機によるシミュレーションがおこなわれ、実際の現象との類似性が確認されるのみであった。そこでフィッツフーにより、3つの常微分方程式を1つにし、2つの未知関数による方程式が提案された。これも計算機シミュレーションにより、同様の現象があるのを認められ、研究されるようになった。さらに、非線形項が、従来の3次関数の型から、ヘビサイド関数を用いたものに置きかえたものが、マッキーによって提案され、より容易に解析できるものとなった。

ところで、方程式の改変にもかかわらず、その数学的解析は解にその特有の閾値現象をあらわすパルス解の存在は証明されたものの、特異摂動の方法を用いて、方程式に含まれるパラメータのごく限られた領域のみの議論にとどまっていた。そこで、本研究では、このパラメータを大域的に見て、その情報を得ようと考えた。そのとりかかりとして、マッキーによるモデル方程式の解析を行い、そのパルス解（進行波解）の存在するパラメータの領域の必要条件と、パラメータと進行波解の速度との関係を明らかにした。ここで得られた必要条件是、限りなく十分条件に近く、シミュレーション結果の正しさをも示している。なお、この結果は、進行波解の1種類についてのみのものなので、今後すべてのものについての条件に発展してゆくことが望まれる。