大学間連携研究組織研究成果報告(2012 年度)

心理的要因が企業のリスクマネジメントに与える影響の考察

The effect of psychological factor on firms' risk management

主任研究員名:尾﨑　祐介
分担研究員名:岩城　秀樹

1. 査読付き研究雑誌で発表された成果

研究成果は二編の論文にまとめられる予定である。一編の論文は企業のリスクマネジメントに関する一連の研究を概観する論文である。この論文は今年度中に大阪産業大学経済論集に刊行する予定である。もう一編は曖昧性が存在する状況での企業のリスクマネジメントを分析した論文である。この論文は既に SSRN ワーキングペーパーとして刊行している。この論文を改訂して、最終的には国際学術誌へ刊行することを目指している。

Production and Hedging Decisions under Smooth Ambiguity Aversion,
Hideki Iwaki and Yusuke Osaki
SSRN Working Paper, 2146577
Downloadable at http://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract_id=2146577

2. 大学間連携研究組織全体の総括

第一節において、古典的な企業のリスクマネジメントの分析を Holthausen (1979)に基づいて説明する。この節の議論は期待効用理論に基づいた分析である。この分析結果を本研究課題ではベンチマークとして用いる。本研究課題は確率によって不確実性が表現できない曖昧な状況を分析の対象としている。期待効用理論は曖昧な状況下での選択と矛盾することが知られている。そこで、第二節において、曖昧な状況での選択を捉える選好表現として、α-maxmin expected utility と smooth ambiguity model を説明する。第三節でこれらを用いた企業のリスクマネジメントの分析を議論する。そして、第四節では今後の研究展望を述べる。

1. 企業のリスクマネジメント

競争市場で活動する企業を考える。競争市場の仮定は、企業が価格受容者であることを意味している。企業は一種類の商品を生産・販売しており、その価格をpと表記する。商品の生産量はxと表記して、その生産費は二階微分可能な費用関数$c(x)$で表される。ただし、費用関数は増加凸関数とする、$c'(x) = dc(x)/dx > 0, c''(x) = d^2c(x)/dx^2 > 0$。販売価格にはリスクがあり、そのリスクは有

界な台$\left[\underline{p},\overline{p}\right]$で定義される分布関数$F(p)$で表現される。ただし、$0<\underline{p}<\overline{p}<\infty$。企業は商品を先物価格$b$で売却することもでき、先物の購入量を$h$とする。以上の設定で、価格$p$を所与とした場合の企業の利益は、

$$\Pi = p(x-h)+bh-c(x)$$

となる。企業が期待効用に従って意思決定を行うと仮定して、その（ノイマン＝モルゲンシュタイン型）効用関数をuとする。効用関数は増加凹関数とする、$u'>0, u''<0$。企業は期待効用を最大とするように商品の販売量と先物の購入量を決める、

$$\max_{x,h} Eu\left(\tilde{\Pi}\right)=\int_{\underline{p}}^{\overline{p}} u\left(p(x-h)+bh-c(x)\right)dF(p)\text{。}$$

最大化の一階条件はそれぞれ以下で与えられる。

$$\frac{\partial Eu\left(\tilde{\Pi}\right)}{\partial x}=\int_{\underline{p}}^{\overline{p}} u'\left(p(x-h)+bh-c(x)\right)\left(p-c'(x)\right)dF(p)=0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial Eu\left(\tilde{\Pi}\right)}{\partial h}=\int_{\underline{p}}^{\overline{p}} u'\left(p(x-h)+bh-c(x)\right)(b-p)dF(p)=0 \quad (2)$$

二階条件成立していることは容易に確かめられる。以下も同様なので、二階条件に関する議論は捨象する。(1)式と(2)式を足し合わせることで以下を得る。

$$\int_{\underline{p}}^{\overline{p}} u'\left(p(x-h)+bh-c(x)\right)\left(b-c'(x)\right)dF(p)$$
$$=\left(b-c'(x)\right)\int_{\underline{p}}^{\overline{p}} u'\left(p(x-h)+bh-c(x)\right)dF(p)=0$$

これから、最適な販売量が$b=c'(x)$となることが分かる。つまり、最適な販売量は価格のリスク、また、企業のリスク回避度の両方と無関係に決まることが分かる。この結果は、分離定理と呼ばれている。販売量と同じ量の先物を購入することで、価格のリスクを完全にヘッジすることができる。そのため、完全ヘッジと呼ばれる。一階条件を完全ヘッジの水準で評価すると以下を得る。

$$\frac{\partial Eu\left(\tilde{\Pi}\right)}{\partial h}\Big|_{h=x}=\int_{\underline{p}}^{\overline{p}} u'\left(bx-c(x)\right)(b-p)dF(p)=u'\left(bx-c(x)\right)E[b-\tilde{p}] \quad (3)$$

つまり、(3)式の符号は$E[b-\tilde{p}]$と同じであることが分かる。これから、先物価格が販売価格の期待値と等しい時に完全ヘッジとなることが分かる。この結果は、完全ヘッジ定理と呼ばれている。また、先物価格が販売価格の期待値よりも大きい（小さい）時、先物の購入量は販売量を上回る（下回る）こともすぐに分かる。二つの結果を再掲する：

分離定理：企業の販売量は価格リスクと企業のリスク選好とは独立に決められる。

完全ヘッジ定理：先物価格が販売価格の期待値と等しい場合、企業は価格リスクを完全ヘッジする。

以下の第三節、第四節では、この二つの結果が曖昧な状況下で成立するか考察する。

2. 曖昧な状況下での選好表現

期待効用理論のリスクは（唯一の）確率分布によって表現されている。しかし、一般的には不確実な状況は確率分布によって表現できない。Knight (1929)はこの二種類を区別するため、前者をリスク、後者を不確実性と読んだ。一般用語ではリスクと不確実性の使い分けが不明瞭であることから、この先ではナイトの不確実性を表現する用語として曖昧性を用いることにする。Ellsberg (1961) は曖昧な状況を再現した実験を提案し、その実験での実際の選択が期待効用と反することを確かめた。彼は赤玉と黒玉の合計が100個である以下の二つの壺を考えた。

壺Ⅰ：黒玉、赤玉、それぞれの個数が不明。

壺Ⅱ：黒玉が50個、赤玉が50個。

つまり、壺Ⅰは不確実な状況、壺Ⅱはリスクの状況をそれぞれ表している。黒玉で賞金を与える場合、赤玉で賞金を与える場合の両方で壺Ⅱが壺Ⅰよりも選択されるならば、期待効用の反例になる。実際に、多くの研究において、そのような選択が観察されている。

曖昧な状況下での選択と矛盾しない多くの選好表現が提案されている。本研究課題では、Ghirardato *et al.* (2004) が提案した $\alpha-$maxmin 期待効用と Klibanoff *et al.* (2005) が提案した smooth ambiguity model を曖昧な状況下での選好表現として用いる。Gilboa, and Schmeidler (1989) の maxmin 期待効用は、両者の特別な場合に位置付けられることに注意する必要がある。（潜在的な）確率分布$F_n(n=1,2,\cdots,N)$を持つN種類の確率変数$\tilde{x}_n$を考える。確率変数の集合を$\tilde{X}=\{\tilde{x}_1,\tilde{x}_2,\cdots,\tilde{x}_N\}$とする。また、確率変数$\tilde{x}_n$が真である主観的確率は$q_n$とする。以上の設定で $\alpha-$maxmin 期待効用 と smooth ambiguity model は以下のように表される。

$$\alpha\min_{\tilde{x}\in\tilde{X}}Eu(\tilde{x})+(1-\alpha)\max_{\tilde{x}\in\tilde{X}}Eu(\tilde{x})$$

$$\sum_{n=1}^{N}q_n\phi\left(Eu(\tilde{x}_n)\right)$$

前者ではαが十分に大きい場合、後者ではϕが凹関数の場合に、Ellsberg の状況での選択を説明できる。

簡単な例によって、Ellsberg の状況が描写できることを説明する。壺から黒玉を引いた場合に 100円の賞金を得ることができ、その効用を$u(100)=1$と基準化する。赤玉を引いた場合は賞金を得ることができず、その効用を$u(0)=0$と基準化する。主体が壺Ⅱから得る期待効用は0.5になる。曖昧な状況では、主体は黒玉が多い場合、赤玉が多い場合の二つの場合を考えていて、それぞれが真である確率を$1/2$と考えている。黒玉が多い場合はその個数が75個、赤玉が多い場合はその個数が75個とする。黒玉が多い場合の期待効用は0.75、赤玉が多い場合の期待効用は0.25となる。$\alpha-$maxmin 期待効用では、

$$0.25\alpha+0.75(1-\alpha)\leq 0.5 \Leftrightarrow \alpha\geq 0.5$$

となる。$\alpha\geq 0.5$の時、主体が曖昧な状況を回避していることを描写できる。換言すれば、最悪の期待効用により重心を置いている場合、主体は曖昧な状況を回避していると考えることができる。maxmin 期待効用は、$\alpha=1$の場合に対応しているので、曖昧な状況を回避していることを描写できている。一方、smooth ambiguity model では、

$$\frac{1}{2}\phi(0.25)+\frac{1}{2}\phi(0.75)\leq\phi(0.5)\Leftrightarrow\phi:\text{concave}$$

とまる。ϕが凹関数の時、主体が曖昧な状況を回避していることを描写できる。maxmin 期待効用は、$-\phi''/\phi'$が無限大の場合に対応しているので、曖昧な状況を回避していることを描写できている。

3. 曖昧な状況下での企業のリスクマネジメント

紙幅の関係で結果だけを述べる。

$\alpha-\text{maxmin}$ 期待効用の場合、分離定理と完全ヘッジ定理の両方が特別な場合を除いて成立しないことが Lien (2000) によって確かめられている。一方、smooth ambiguity model の場合、分離定理と完全ヘッジ定理の両方が成立することを本研究組織で確かめた。この結果は最初に挙げた論文にまとめられている。また、Wong (2014) などでもこの結果は言及されている。

4. 今後の研究展望

本研究組織は古典的な研究である Holthausen (1979) に基づき、Klibanoff *et al*. (2005) が提案した smooth ambiguity model を使って曖昧性が存在する状況での企業のリスクマネジメントの分析を行った。今後の研究は、以下の二つに分けることができる。

1. Holthausen (1979) 以降、主に期待効用を用いた様々な企業のリスクマネジメントを分析した研究がある。今後、これらの分析に曖昧性を加味した研究が進むと予想される。
2. 曖昧性を描写できる選好表現は、この研究成果報告書で挙げた以外でも様々な選好表現がある。今後は、これらを用いた企業のリスクマネジメントの分析が進むことが期待される。また、これらの選好表現は相互に関連があるので、それらを俯瞰できる系統的な分析が期待される。

参考文献

- Ellsberg, D. Risk, Ambiguity, and the Savage Axioms, Quarterly Journal of Economics 75, 643-669, 1961.
- Ghirardato, P. F. Maccheroni, and M. Marinacci, Differentiating Ambiguity and Ambiguity Attitude, Journal of Economic Theory 118, 133-173, 2004.
- Gilboa, I. and D. Schmeidler, Maxmin Expected Utility with Non-unique Prior, Journal of mathematical economics 18, 141-153, 1989.
- Holthausen, D. M. Hedging and the Competitive Firm under Price Uncertainty, American Economic Review 69, 989-995, 1979.
- Klibanoff, P. M. Marinacci and S. Mukerji, A Smooth Model of Decision Making under Ambiguity, Econometrica 73, 1849-1892, 2005.
- Knight, F. H. Risk, Uncertainty and Profit, Houghton Mifflin, Boston, 1921.
- Lien, D. Production and Hedging under Knightian Uucertainty Journal of Futures Markets 20,

397-404, 2000.

- Wong, K. P. Ambiguity and the Value of Hedging, Forthcoming in Journal of Futures Markets, 2014.

心理的要因が企業のリスクマネジメントに与える影響の分析

尾﨑 祐介（経済学部経済学科）

近年、心理学の知見を適用した行動経済学・行動ファイナンスが大きな注目を集めている。その中の一つに、Ellsberg (1961) のパラドックスで観察された曖昧性回避の分析がある。本研究組織では、曖昧性回避が企業のリスクマネジメントに与える分析を行った。この研究を進めるためには、曖昧性回避の先行研究を調査して適切な定式化を行うこと、そして、その定式化に基づいて分析を行うことの二つが必要になる。本研究組織は全ての研究を共同で進めており、個別の研究成果を述べることは難しいが、主として岩城氏が前者、私が後者を担当した。そのため、個人研究成果では、主として後者について述べることにする。

期待効用で得られた結果をベンチマークとして考え、同様の結果を得ることができるか検討した。最初に、最適化問題を解いて、それを整理することで、分離定理と完全ヘッジ定理の二つが成立することを確かめた。これは、期待効用と同様の結果が得られていることを意味している。

次に、曖昧性回避が最適な先物購入に与える影響を確かめた。最初に一般の場合について分析を行った後、より具体的な結果を出すために事前確率分布に一定の条件を置いた分析をした。結果として、曖昧性回避が先物購入を増やす条件として以下を得た：

1. 事前確率分布が第一級確率支配で特徴付けられている時、効用関数が慎重性を満たす場合、曖昧性回避によって先物購入を増やす。
2. 事前確率分布が第二級確率支配で特徴付けられている時、効用関数が DARA (Decreasing Absolute Risk Aversion) を満たす場合、曖昧性回避によって先物購入を増やす。

心理的要因を表現する選好表現の検討

岩城 秀樹（京都産業大学経営学部）

近年、心理学の知見を適用した行動経済学・行動ファイナンスが大きな注目を集めている。その中の一つに、Ellsberg (1961) のパラドックスで観察された曖昧性回避の分析がある。本研究組織では、曖昧性回避が企業のリスクマネジメントに与える分析を行った。この研究を進めるためには、曖昧性回避の先行研究を調査して適切な定式化を行うこと、そして、その定式化に基づいて分析を行うことの二つが必要になる。本研究組織は全ての研究を共同で進めており、個別の研究成果を述べることは難しいが、主として私が前者、尾﨑氏が後者を担当した。そのため、個人研究成果では、主として前者について述べることにする。

曖昧性回避を描写できる多くの効用表現が存在している。本研究で分析する際には、それらの中から適切な効用表現を選ぶ必要がある。多くの先行研究を調査して、Klibanoff *et al*. (2005) によって提案された smooth ambiguity model によって分析を行うことになった。これを用いて、企業の生産と先物購入は以下のように定式化をした:

$$V(x,h)=\sum_{\theta=1}^{n} q(\theta)\phi\left(E_\theta\left[u\left(\tilde{p}(x-h)+bh-c(x)\right)\right]\right)。$$

これを最大化するように生産と先物購入を決める。曖昧性回避の場合、二階条件を満たすことが容易に確かめられるので、最適化問題として矛盾なく定義されている。後半の分析では、明確な比較静学の結果を得るために、事前の確率分布に対して一定の制約を置いた。